4. Das Wunder des Punktes

Der Punkt des Euklid

Vermutlich haben sich die Methoden der Landvermessung im alten Ägypten und im antiken Griechenland nicht so sehr von den heutigen unterschieden. Es gab natürlich kein von Satelliten unterstütztes Globales-Positionierungs-System (GPS) und keine Computerberechnungen. Aber heute wie damals muss man wohl im zu vermessenden Gelänge Bezugspunkte festlegen und die Abstände dieser Punkte ausmessen. Zur Punktmarkierung benutzt man vielleicht Stangen oder Grenzsteine und zur Bestimmung der Abstände benutzt man im einfachsten Fall Maßbänder.

Mit Hilfe der Messergebnisse kann man Karten anfertigen, welche genau die Maßverhältnisse des Gelänges wiedergeben. Man kann so Abstände ermitteln, die man nicht direkt ausgemessen hat, man kann Grundstücksflächen berechen, Gebäude planen und seinen Weg finden.

Im Gelände ist ein Messpunkt dort, wo die Messlatte im Boden steckt oder wo der Grenzstein liegt. Auf dem Papyrus oder Papier wird dieser Punkt mit dem entsprechenden Schreibwerkzeug gemacht. Das ist einfach, klar und absolut problemlos.

Die Probleme mit dem Punkt traten erst auf, als Pythagoras und seine mathematischen Nachfolger begannen, die Geometrie zu entwickeln und deren Aussagen streng zu beweisen. Für schlüssige Beweise mussten die Beweisvoraussetzungen eindeutig angegeben werden und dazu mussten die Elemente der Geometrie, also Punkte, Linien, Winkel, Flächen und dergleichen genau definiert werden.

Große Denker wie Pythagoras, Platon und Aristoteles beschäftigten sich über 2 Jahrhunderte mit der Definition des Punktes, bis Euklid in seinem Handbuch über 'Die Elemente' ein Lösung fand, die über zwei Jahrtausende Gültigkeit behielt:

Ein Punkt ist etwas, das keine Teile hat

Wie in (Rieckers und Bräuer 2002) ausführlicher erläutert wird, konnten auf dieser Grundlage Linien, Geraden, Flächen und alle anderen Elemente der Geometrie definiert werden. Der Punkt wurde sozusagen zur Basis der gesamten Geometrie.

Euklids Ziel war es nicht, eine möglichst genaue Beschreibung der sinnfälligen Wirklichkeit zu geben. Er wollte vielmehr ein möglichst kompaktes, durchsichtiges und in sich widerspruchsfreies System von Definitionen, Postulaten und Aussagen für die Geometrie schaffen. Natürlich sollten damit ganz bestimmte Aspekte der Wirklichkeit, nämlich die räumlichen, erfasst werden.

Durch die 'Erfindung' dieses Punktes wurde es jedoch zur Tradition, sich alle räumlich ausgedehnte Körper aus kleineren zusammengesetzt zu denken. Letztlich fasste man ausgedehnte Körper als eine Ansammlung von Punkten auf. Auch der Raum wurde in den Gedanken der Menschen zu einer absoluten Ansammlung unendlich vieler Punkte als mögliche Positionen der Körper.

Wie schon erwähnt, existiert dieser Punkt im Sinne der Euklidischen Geometrie jedoch wohl als geniale Schöpfung des menschlichen Geistes im Bereich unserer Ideen und Gedanken, nirgends jedoch im Bereich unserer sinnlichen Wahrnehmungen. Der Punkt ist ein mathematisches Gebilde und kein physikalisches. Und dieser Unterschied ist wichtig für ein besseres Verständnis der Physik und unserer Wirklichkeit. Dies und die Problematik des Punktes waren zu Zeiten Euklids durchaus bekannt.

Zenon's Pfeil und der Wettlauf von Achilleus mit der Schildkröte

Schon im 5. Jahrhundert vor unserer Zeitrechnung, also über hundert Jahre vor Euklid, wies Zenon von Elea auf verschiedene Paradoxa hin, die sich aus der Vorstellung eines absoluten Raumes unendlich vieler dicht liegender mathematischer Punkte ergeben. In seinem Buch 'Der Glanz von Kopenhagen' diskutiert Verhulst (Verhulst 1994) dies ausführlich. Das bekannteste Paradoxon beruht auf der Geschichte vom Wettlauf des flinken Achilleus mit der Schildkröte.

Das Paradoxon von Achilleus und der Schildkröte

Die Laufgeschwindigkeit des flinken Achilleus sei 10 Meter pro Sekunde und die Schildkröte bewege sich mit 1 Meter pro Sekunde fort. Die Schildkröte bekommt zu Beginn des Wettlaufs 100 Meter Vorsprung. Nach Zenon kann der flinke Achilleus die Schildkröte nie einholen.

Bevor Achilleus die Schildkröte nämlich einholt, muss er, wie in Abbildung 4-1 dargestellt, am Startpunkt S_0 der Schildkröte vorbeikommen. Im selben Augenblick ist die Schildkröte schon im Punkt S_1 angekommen. Bis Achilleus diesen Punkt erreicht hat, ist die Schildkröte zum Punkt S_2 vorgerückt. Bis Achilleus endlich auch diesen Punkt erreicht, ist die Schildkröte schon bei S_3 und so geht das weiter. Wenn sich auch sein Abstand stets verkleinert, kann Achilleus die Schildkröte doch nie einholen.

Der Abstand zwischen Achilleus und der Schildkröte wird immer kleiner, genau wie auch die Zeit, um diesen Abstand einzuholen. Die Abstände sind insgesamt

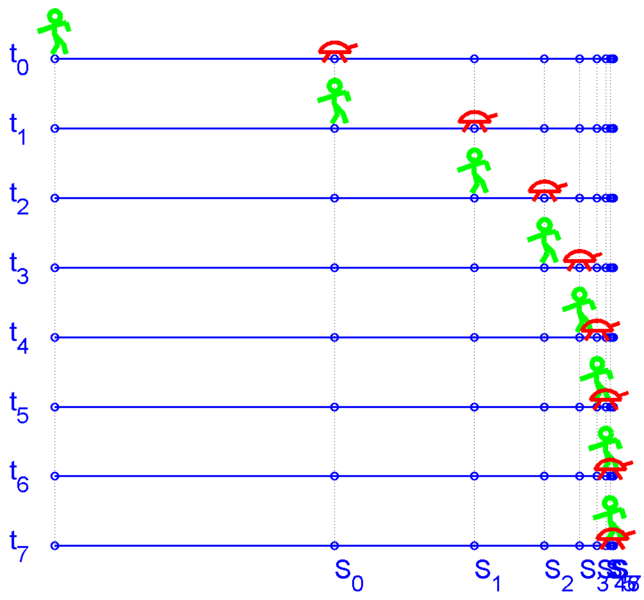
$$100m + 10m + 1m + 0.1m + 0.01m + ... = 111.11111...m = \frac{1000}{9}m. \tag{4-1}$$

Die Zeit für Achilleus, um diese Abstände zurückzulegen, ist dann

$$10s + 1s + 0.1s + 0.01s + 0.001s + ... = 11.11111...s = \frac{100}{9}s. \tag{4-2}$$

Beide Summen haben zwar eine unendliche Zahl von Summanden, sind selber aber trotzdem endlich.

Es bleibt jedoch die Frage, wie es Achilleus gelingt, in einer endlichen Zeit eine unendliche Anzahl physischer Tatsachen zu realisieren. Es ist, als würde Achilleus in 100/9 Sekunden auf unendlich zählen.



Achilleus und die Schildkröte zu verschiedenen Zeiten $t_0, \ldots t_7$. Wenn Achilleus die Position S_n der Schildkröte erreicht hat, ist diese immer schon weiter. Es scheint, als könne er sie nie einholen.

Abbildung 4-1

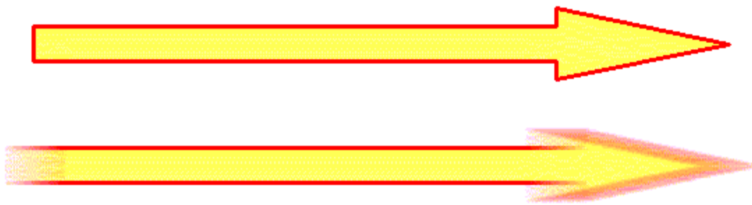
Zenon's Pfeilparadoxon

Zenon betrachtete auch einen bewegten Gegenstand, im Speziellen einen fliegenden Pfeil. Er führte einen Beweis an, dass dieser Pfeil gar nicht in Bewegung sein kann. Um das einzusehen, muss man den Pfeil zu einem bestimmten Augenblick betrachten. Zu diesem Augenblick befindet er sich an einem ganz bestimmten Ort. Zu diesem konkreten Zeitpunkt ist dann nur die gegebene, scharfe physische Lage des Pfeils reell. Die Vergangenheit ist vorbei und physisch nicht mehr vorhanden. Die Zukunft wird noch kommen und hat ebenso wenig physische Realität. Allein im Jetzt sind die Objekte, einschließlich des Pfeils, physisch reell. Dies alles scheint intuitiv unwiderlegbar.

Aber in diesem unteilbaren, einzig reellen Augenblick, den wir 'Jetzt' nennen, kann keine Information über Bewegung anwesend sein. Es ist, als ob wir ein Foto der Situation mit unendlich kurzer Belichtungszeit machten. Alle Spuren von Bewegung sind ausgelöscht. Es ist nicht zu erkennen, ob der Pfeil nach vorn oder nach hinten fliegt oder ob er nach unten fällt. Und dieser Augenblick soll das Einzige sein, was physische Realität hat. Alles Übrige ist Vergangenheit oder Zukunft, Erinnerung oder Prognose und in jedem Fall physisch nicht vorhanden.

Bewegung setzt voraus, dass die Information über die Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit von einem Augenblick auf einen späteren übertragen werden kann. Aber diese zwei Augenblicke aus dem Bewegungsverlauf werden getrennt durch unendlich viele, zwischen dem früheren und dem noch kommenden Augenblick liegenden Zeitpunkt der Gegenwärtigkeit, die wie unendlich viele Trennebenen wirken.

Durch diese kann keine Information über Bewegung gelangen. Daraus folgt nach Zenon, dass Bewegung unmöglich ist. Sie kann nur Illusion sein.



Zenon's Pfeil, oben in Ruhe und unten in Bewegung

Abbildung 4-2

Aristoteles als Retter der Bewegung

Aristoteles forderte nun, einen konkret zurückgelegten Weg als ein Ganzes zu betrachten. Die konkrete Wahrnehmung einer Bewegung führt zu der Feststellung, dass ein bestimmter Weg zurückgelegt wurde. Die Wahrnehmung lehrt dagegen nicht, dass derselbe zurückgelegte Weg aus unendlich vielen räumlichen Punkten besteht. Es ist zwar eine Erfahrungsgegebenheit, sowohl in der physischen Welt als auch für das geometrische Denken, dass eine bestimmte Strecke der Möglichkeit nach eine weitere Unterteilung erlaubt. Und jede durch die Unterteilung entstandene Strecke besitzt diese Möglichkeit nach weiterer Unterteilungen aufs Neue. Aber solange dieses Vermögen nicht verwirklicht ist, besteht es nicht aktuell!

In der physischen Wirklichkeit muss die Unterteilung einer Bewegung immer durch ein anderes physisch reales, beobachtbares Ereignis bewirkt werden, zum Beispiel durch eine Richtungsänderung oder eine Geschwindigkeitsänderung. Beim quantenmechanischen Messprozess wird das sehr deutlich. Wir können uns wohl abstrakt vorstellen, dass die Unterteilung unendlich fortgeht. Aber dann verlässt unser Denken die physische Wirklichkeit.

Aristoteles forderte, der physischen Wirklichkeit treu zu bleiben. Und unter den physischen Erscheinungen selbst erscheint die Bewegung als eine Wirklichkeit, die sich ungeteilt in der Zeit erstreckt. Die Natur macht sich unsere Vorstellungen über die Zeit nicht zueigen, die Wirklichkeit in eine unendliche Reihe aufeinander folgender Augenblicke zu zersplittern, in denen dann jedes Mal die vollständige physische Wirklichkeit zusammengepresst sein soll.

Der Punkt ist ein grandioses mathematisches Hilfsmittel. Ohne ihn wäre die mathematische Beschreibung der Wirklichkeit nicht möglich und es gäbe keine Physik und Ingenieurkunst der uns bekannten Art. Versucht man jedoch, die Wirklichkeit als eine Ansammlung von Punkten aufzufassen, kommt man in Konflikt mit realen, physikalischen Erscheinungen.

Moderne Beispiele dafür sind die Unabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Bewegung des Bezugssystems, das diskrete Spektrum der Lichtwirkungen von Atomen oder der Wellen-Teilchen-Dualismus der Elektronen beim Doppelspaltexperiment. Eine Quantenversion von Zenons Pfeilparadoxon ist im Moment ein wichtiges

Gebiet der Grundlagenforschung. Das heißt, der von Zenon beschriebene Effekt der Unterdrückung von Bewegung durch sehr genaue Lokalisierung von Körpern wird heute tatsächlich beobachtet (Wilkinson et.al. 1997). Ein entsprechendes theoretisches Quantenmodell wird im mathematischen Anhang durchgerechnet.

Das Problem der reellen Zahlen

Zahlen haben ihre Ursprung im Teilen und Abzählen. Ein Ganzes wird in Teile zerlegt, etwa das Jahr in Monate, die dann abgezählt werden können. Zahlen sind zunächst natürliche Zahlen und deren Verhältnisse, also rationalen Zahlen:

$$\text{Rationale Zahl oder Bruchzahl } q = \frac{\text{natürliche Zahl } m}{\text{natürlich Zahl } n}. \tag{4-3}$$

Als Pythagoras ausrief: 'Alles ist Zahl', meinte er damit ausschließlich ganze Zahlen und Brüche. Der Legend zufolge beschäftigte sich sein junger Schüler Hippasus mit dem Versuch, die Wurzel von zwei als Bruch darzustellen. Er suchte also einen Bruch *m/n*, der mit sich selber multipliziert gerade 2 ergab. Dabei sollten *m* und *n* natürliche Zahlen sein:

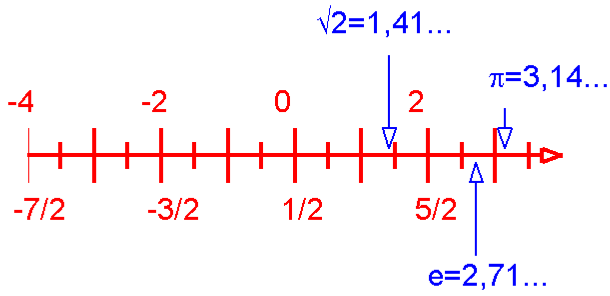
$$\frac{m}{n} \cdot \underbrace{\frac{m}{n}}_{\overset{!}{=}\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2, \quad m, n \overset{!}{\in} \mathbb{N} \tag{4-4}$$

Schließlich erkannte er, dass es keine natürlichen Zahlen *m, n* geben konnte, welche diese Bedingung erfüllten. Die Wurzel aus zwei $\sqrt{2}$ ist keine rationale Zahl oder Bruch, sondern eine so genannte irrationale Zahl, sie kann nicht als Verhältnis (ratio) zweier natürlicher Zahlen dargestellt werden.

Hippasus war vermutlich überglücklich über seine Entdeckung, nicht jedoch Pythagoras. Dieser hatte das Universum auf rationalen Zahlen begründet und die Existenz von irrationalen Zahlen stellte diese Idealvorstellung in Frage. Zu seiner ewigen Schande verurteilte er Hippasus zum Tode durch Ertränken.

Der Beweis von Euklid, dass die Wurzel aus Zwei tatsächlich eine irrationale Zahl ist, wird hier im mathematischen Anhang vorgerechnet. Weitere irrationale Zahlen sind π, also das Verhältnis von Kreisumfang zu Kreisdurchmesser, oder die Eulersche Zahl *e*.

In der Renaissance endlich glaubten die Mathematiker, sie hätten alle Zahlen im Universum entdeckt. Diese Zahlen konnte man sich auf einer Zahlengeraden vorstellen, einer unendlich langen Geraden mit der Null in der Mitte. Die ganzen Zahlen waren in gleichem Abstand entlang der Zahlengeraden aufgereiht, die positiven rechts von der Null bis ins positiv Unendliche; die negativen links von der Null bis ins negativ Unendliche. Die Brüche nahmen die Räume zwischen den ganzen Zahlen ein, und die irrationalen Zahlen waren zwischen den Brüchen verteilt. Alle diese Zahlen zusammen wurden 'reelle Zahlen' benannt.

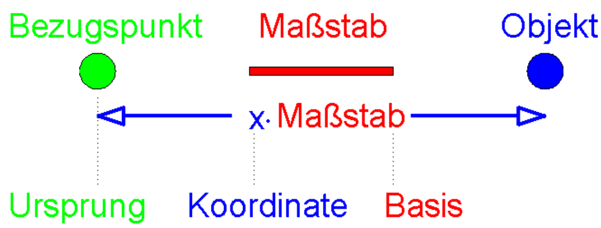


Ausschnitt der Zahlengeraden mit natürlichen, ganzen, rationalen und irrationalen Zahlen.

Abbildung 4-3

Diese Zahlengerade besteht sozusagen aus unendlich vielen, unendlich dicht nebeneinander liegenden Punkten. Mit einem Element dieser Geraden kann theoretisch ein Zeitpunkt beschrieben werden und mit dreien ein Punkt im dreidimensionalen Raum unserer Anschauung. Mehr erzählerisch dargestellte Details zu diesen Dingen findet man in (Singh 2000).

Wie die Geometrie, so baut sich auch die Zahlengerade und damit die Menge der reellen Zahlen auf dem Euklidschen Punkt auf. Unendlich viele Punkte unendlich dicht nebeneinander ergeben diese Strukturen. Diese ist Voraussetzung für Newtonsche Infinitesimalrechnung (Anhang Kapitel 2) und für die Formulierung physikalischer Zusammenhänge mit Differentialgleichungen. Vor allem sind sie auch Voraussetzung für Koordinatensysteme, mit denen die raum-zeitliche Bezüge in der von uns sinnlich erlebten Wirklichkeit mathematisch beschrieben werden, wie in Abbildung 4-4 dargestellt ist.



Ein Koordinatensystem wird gebildet aus Ursprung als Bezugspunkt, der Basis als Maßstab und der Koordinate x. Da der Maßstab in jeder Beziehung zu anderen Objekten der gleich bleibt, kann die räumliche Beziehung der Objekte durch Koordinaten beschreiben werden. Das geht nur, wenn x kontinuierlich die reellen Zahlen durchlaufen kann.

Abbildung 4-4

Erstaunlich ist nun, dass die Menge der reellen Zahlen, die so extrem wichtig ist für die mathematische Beschreibung physikalischer Zusammenhänge, letztlich nie wirklich zum Rechnen verwendet werden kann. Man verwendet ihre Symbole in Koordinatensystemen und Differentialgleichungen. Man löst die Differentialgleichungen und macht die genauesten Vorhersagen über den Ausgang physikalischer Experimente, die Stabilität von Häusern oder die Eigenschaft der kompliziertesten Maschinen. Wenn man aber wirklich konkret mit Zahlen rechnet, greift man zurück auf natürliche oder rationale Zahlen.

Um einen Punkt auf der Zahlengerade in Abbildung 4-3 durch eine Zahl *z* genau auszudrücken, braucht man Kommazahlen mit unendlich viele Stellen. Die Zahl vor dem Komma gibt die natürliche Zahl an, die bis auf einen Bruchteil der eigentlichen Zahl entspricht. Die erste Stelle hinter dem Komma gibt an, um wie viel zehntel die Zahl *z* größer ist als die Zahl vor dem Komma. Und so geht das weiter mit hundertstel, tausendstel und so fort. Die Zahl π ist zum Beispiel mit

$$p = 3,1415926535897931 \qquad (4\text{-}5)$$

noch längst nicht genau angeben. Die Zahlenreihe müsste bis ins unendliche weitergeführt werden, wobei aber, wie Aristoteles es ausdrückte, unser Denken die physische Wirklichkeit verlässt.

π hat als Verhältnis zwischen Kreisumfang und Kreisdurchmesser natürlich eine klare physikalische Bedeutung. Aber die Repräsentation von π auf dem Zahlenstrang ist eine mathematische Angelegenheit und keine physikalische. Das gleiche gilt für ein Drittel *1/3=0,3333333…* . Jeder kann einen Kuchen in drei Stücke zerteilen, aber die Angabe von einem Drittel auf dem Zahlenstrang ist eine gedankliche Angelegenheit. Es ist daher im Grunde gar nicht so verwunderlich, dass die Modellierung der Natur auf der Grundlage von räumlichen und zeitlichen Koordinaten oder Zahlensträngen bei ganz kleinen Systemen an ihre Grenzen stößt.

Das Planck'sche Wirkungsquantum und die so genannten Elementarteilchen

Die zentrale Größe der mechanischen Naturbeschreibung ist die Wirkungsfunktion S. Sie beschreibt, welche Wirkungen in Raum und Zeit beobachtet werden können. Die Änderung der Wirkungsfunktion mit dem Ort *x* oder der Zeit *t* gibt an, welcher Impuls oder welche Energie an diesem Raum-Zeit-Punkt in Erscheinung treten kann:

$$(4\text{-}6)$$

$$\text{Impuls} = \text{Änderung der Wirkungsfunktion mit dem Ort:} \quad p(x,t) = \frac{\partial S(x,t)}{\partial x};$$

$$\text{Energie} = -\text{Änderung der Wirkungfunktion mit der Zeit:} \quad E(x,t) = -\frac{\partial S(x,t)}{\partial t}.$$

Die totale Änderung der Wirkungsfunktion hängt also vom Impuls und von der Energie ab. Mathematisch drückt man das so aus:

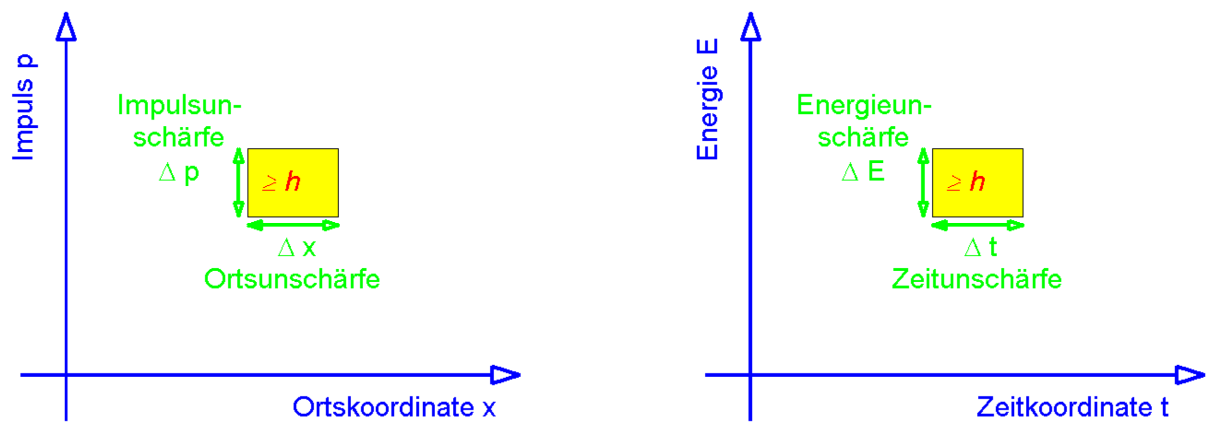
$$dS = pdx - Edt. \qquad (4\text{-}7)$$

Die kleinen Buchstaben *d* hängen wieder mit der Newtonschen Infinitesimalrechnung zusammen. Sie bedeuten, dass man eine unendlich kleine Ortsänderung *dx* und eine unendlich kleine Zeitänderung *dt* betrachtet und dass sich dabei die Wirkungsfunktion um einen unendlich kleinen Wert *dS* ändert. Die Grundlage dafür sind die Unterschiede zwischen den unendlich vielen, unendlich dicht liegenden Punkte der kontinuierlichen Raum-Zeit-Koordinaten *x* und *t*.

Aus den quantenmechanischen Experimenten folgt jedoch, dass die Änderung der Wirkungsfunktion *dS* niemals unendlich klein sein kann, sondern immer größer ist als das Planksche Wirkungsquantum *h*. Das Planck'sche Wirkungsquantum *h* ist der Wert für kleinste Wirkungen, die in der Natur auftreten. Man muss also von den unendlich kleinen Änderungen der Wirkungsfunktion *dS* übergehen zu endlichen Werten *DS:*

$$\underbrace{dS}_{\substack{\text{unendlich}\\ \text{klein}}} \quad \to \quad \Delta S \geq \underbrace{h}_{\substack{\text{endlich}\\ \text{groß}}} \; . \qquad (4\text{-}8)$$

h ist eine Naturkonstante wie die Lichtgeschwindigkeit *c* oder die elektrische Ladung *e*.



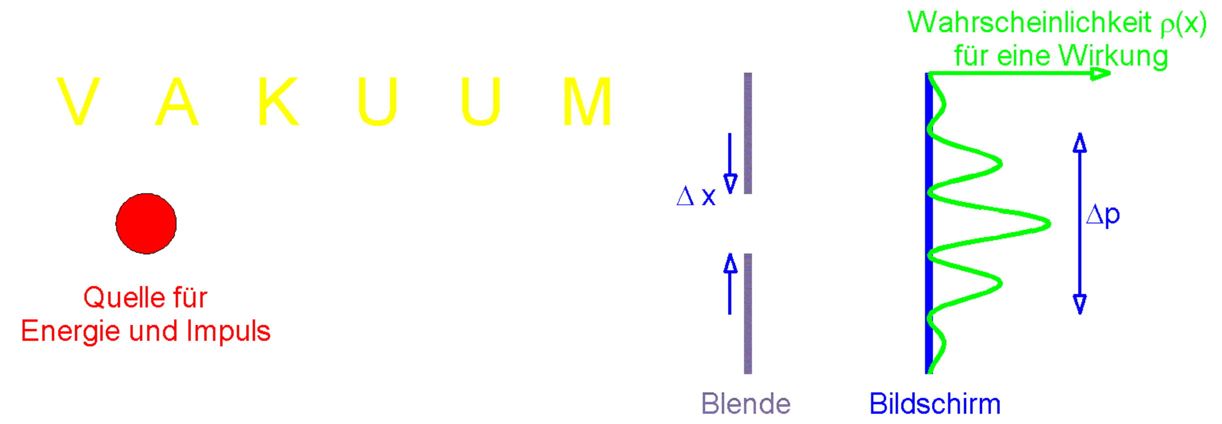
Eine physikalische Wirkung wird durch Energie E und Impuls p an einem bestimmten Raumzeitpunkt (x,t) charakterisiert. Das Planksche Wirkungsquantum h gibt an, wie genau diese Angaben grundsätzlich möglich sind. Im Prinzip kann die Ortskoordinate x einer Wirkung absolut exakt angegeben werden, dann ist der Impuls jedoch überhaupt nicht festgelegt. Das Gleiche gilt für die Zeitkoordinate t und die Energie E.

Abbildung 4-5

Das physikalische Konzept der Wirkungsfunktion ist leider recht abstrakt und dem Laien nicht so ohne weiteres zugänglich. Wir werden im Verlauf der nächsten Kapitel mehr und mehr damit vertraut werden. Zur Veranschaulichung der endlichen Größe physikalischer Wirkungen und der damit verknüpften Unschärfe der Messgrößen wollen wir zunächst in Abbildung 4-6 ein typisches Beispiel betrachten.

Das quantenmechanische Experiment besteht aus einer Quelle, einer Blende und einem Bildschirm, alles befindet sich im Vakuum. Die Quelle ist zum Beispiel ein Glühdraht, der, wenn man so sagen will, Elektronen emittiert. Genau genommen gibt der Glühdraht Energie, Impuls und elektrische Ladung an die Umgebung ab. Diese können auf dem Bildschirm Wirkungen hervorrufen, zum Beispiel Leuchterscheinungen.

Die Blende dient dazu, den Weg der Wirkung von der Quelle zum Schirm einzuschränken. Ein Schirm unmittelbar hinter der Blende wird nur im Bereich der Blendenöffnung aufleuchten, also ist die Wirkung dort lokalisiert. Sieht man ein Leuchten auf dem weiter entfernten Schirm, so folgert man aus dem Grundsatz der Kausalität, dass kurz zuvor auch in der Blendenöffnung eine Wirkung hätte beobachtet werden können.



Unschärfe von Ort Dx und Impuls Dp. Je genauer der Ort einer möglichen Wirkung Dx festgelegt wird, zum Beispiel durch die Blende, desto größer ist die Unbestimmtheit des Impulses Dp in dieser Richtung. Eine Verkleinerung der Blendenöffnung Dx führt zu einer Vergrößerung der Impulsunschärfe Dp.

Abbildung 4-6

Die Blendenöffnung definiert den Ort einer möglichen Wirkung. Je kleiner die Öffnung *Dx* ist, umso genauer ist diese Ortsbestimmung.

Die Wahrscheinlichkeit für eine Wirkung breitet sich in Raum und Zeit wellenartig aus und erzeugt daher auf dem Schirm Interferenzmuster. Man beobachtet einzelne Lichtblitze, und die Wahrscheinlichkeit für diese Blitze ist an manchen Stellen groß, und an manchen Stellen klein, so wie es in Abbildung 4-6 dargestellt ist. Je genauer man den Ort der Wirkung bei der Blende einschränkt, umso breiter werden die Streifen auf dem Schirm und umso größer wird der Abstand zwischen ihnen. Das zeigen die quantenmechanischen Experimente und Berechnungen.

Jedem Lichtblitz kann ein Impuls *p* zugeordnet werden. Der Impuls senkrecht zur Achse Quelle-Schirm ist umso größer, je weiter der Lichtblitz von der Achse entfernt ist. Impuls leitet sich ja aus der Ortsänderung der Wirkungsfunktion ab. An der Blende wäre die Wirkung in unmittelbarer Nähe der Achse aufgetreten, die tatsächlich Wirkung hat jedoch einen Abstand von der Achse.

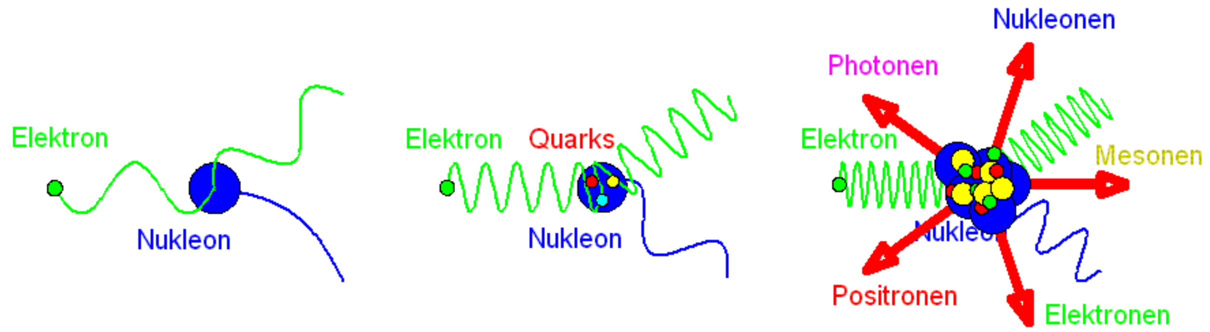
An den Lichtblitzen auf dem Schirm liest man also ab, wie die Wirkungsfunktion senkrecht zur Linie zwischen Quelle und Schirm ihren Ort ändert. So bestimmt man den Impuls in dieser senkrechten Richtung. Da nun die Lichtblitze nicht alle im selben Abstand von der Achse, sondern in einem Interferenzmuster auftreten, ist der Impuls durch die physikalischen Gesetze offensichtlich nicht eindeutig festgelegt. Es liegt eine Impulsunschärfe *Dp* vor. Und eine mathematische Analyse zeigt, dass das

Produkt aus Ortsunschärfe *Dx* und Impulsunschärfe *Dp* immer größer als das Planck-sche Wirkungsquantum *h* ist:

$$\Delta x \, \Delta p \geq h. \qquad (4\text{-}9)$$

Das ist eine der Heisenbergschen Unschärferelationen. Ort und Impuls können im Einzelfall zwar beliebig genau gemessen werden, sie sind jedoch durch die physikalischen Gesetze nicht beliebig genau festzulegen. Auch andere physikalische Größen unterliegen dieser Unschärfe, zum Beispiel die Energie *E* und die Zeit *t*. Physikalische Messgrößen lassen sich nicht auf den Punkt bringen.

Und auch die so genannten Elementarteilchen sind niemals so elementar und Unteilbar wie die euklidischen Punkte der Geometrie. Unsere Idee, alles Körperliche auf wenige, unterschiedliche Punktteilchen zurückzuführen, ist nicht durchführbar. Ganz im Gegenteil: wenn man versucht, in immer kleiner Bereiche des Mikrokosmos vorzustoßen, kommt man an eine Schwelle, wo die Strukturen an Komplexität zunehmen.



Streuung von Elektronen an Nukleonen: Hat das Elektron, wie links im Bild, eine kleine Energie, so wirkt das Nukleon auf das Elektron wie ein punktförmiges Streuzentrum. Bei größerer Energie dringt das Elektron in das Nukleon ein und streut an den einzelnen Quarks. Wird die Energie noch größer, so dringt das Elektron nicht in die Quarks ein. Wie rechts im Bild wird die Energie in neuere Wirkungsquanten umgesetzt, man spricht von Hadronisierung.

Abbildung 4-7

Um die innere Struktur eines Nukleons, also eines Atomkernteilchens[1], zu erforschen, beschießt man dieses typischerweise mit Elektronen. Haben die Elektronen wenig Energie, so dringen sie nicht in das Nukleon ein und das Nukleon erscheint tatsächlich wie ein punktförmiges Streuzentrum. Das hängt damit zusammen, dass das Elektron ja selber kein Teilchen ist, sondern sich als Wirkungsquantum, als mögliche Wirkung, durch Raum und Zeit ausbreitet. Diese Ausbreitung ist wellenartig. Um nun im Inneren des Nukleons eine Wirkung erzielen zu können, muss die Wellenlänge kleiner sein als der Wirkungsbereich des Nukleons. Und eine kleine Wellenlänge bedeutet hohe kinetische Energie.

[1] Genau genommen eines Atomkernwirkungsquantums, wir verwenden im Folgenden jedoch öfters das nicht korrekte, aber übliche Wort 'Teilchen'.

Die elektronische Wirkung dringt also nur bei hoher Energie in das Nukleon ein und bringt Information zu den Detektoren, also den Leuchtbildschirmen, Nebelkammern oder elektronischen Vorrichtungen. Mit diesen Detektoren kann dann Impuls *p* und Energie *E* der elektronischen Wirkung bestimmt werden, und das erlaubt Rückschlüsse auf die Struktur der Nukleonen.

Zum Beispiel kann man die Masse der Streuzentren bestimmen. Bei kleinen Energien findet man dabei genau die Masse der Nukleonen und schließt daraus, dass die Elektronen am gesamten Nukleon gestreut wurden. Bei größeren Energien hingegen findet man Streuzentren, die nur ein drittel der Nukleonenmasse haben. Man schließt daraus, dass die Elektronen an inneren Strukturen der Nukleonen gestreut wurden, und weil die Masse ein drittel des gesamten Nukleons beträt, sollte es in jedem Nukleon drei Streuzentren geben. Diese bezeichnet man als Quarks. Links und in der Mitte von Abbildung 4-7 sind diese beiden Streuvorgänge skizziert.

Nun scheint klar zu sein, wie es weiter geht. Wenn die Quarks selber auch noch eine innere Struktur haben sollten, so findet man diese durch weitere Erhöhung der Elektronenenergie. Die elektronische Wirkung sollte dann ins innere der Quarks eindringen und die Information darüber an die Detektoren übermitteln. Man muss diese Information dann nur noch entschlüsseln.

Dies ist nun aber nicht so. Es passiert etwas ganz anderes. Um in die Quarks eindringen zu können, muss die Energie der Elektronen sehr groß sein, größer als die Massenenergie von Elementarteilchen. Das bedeutet, dass das Elektron an den Quarks nicht elastische streuen kann, sondern dass die Energie umgesetzt wird in die Erzeugung weitere Elementarteilchen. Wie in Abbildung 4-7 rechts skizziert ist, entstehen aus der Elektronenenergie eine große Zahl von Lichtwirkungsquanten (Photonen), Elektron-Positron-Paaren, Mesonen[2] und Nukleonen. Es entsteht alles, was im Rahmen homogener raum-zeitlicher Bezüge möglich ist. Man spricht von Hadronisierung[3].

Anstelle also der inneren Struktur von Quarks auf die Spur zu kommen, bricht die als Elektronen eingestrahlte Wirkung auf und erzeugt eine Menge weiterer Strukturen. Die hypothetische innere Quarkstruktur entzieht sich so der wissenschaftlichen Welterkenntnis.

Auf keinen Fall sind die so genannten Elementarteilchen punktförmig. Der Punkt, der in der Geometrie und in der theoretischen Physik so wichtig ist, ist in der Natur nicht zu finden. Die Vorstellung, dass alles körperlich aus einfachen, punktförmigen Massen zusammengesetzt ist, hat sich als unhaltbar erwiesen.

Umgekehrt ist es sogar so, dass sich unsere Vorstellungen über alles körperliche vollständig auflösen, wenn wir immer kleinere Körper untersuchen und so in den Bereich der Atome, Elektronen und Kernteilchen vordringen. Die Beständigkeit des Körperlichen, die uns aus unserer täglichen Erfahrung so vertraut und wesentlicher Bestandteil unserer eigenen körperlichen Existenz ist, löst sich vollständig auf. Im atomaren Kosmos bleibt vom körperlichen nur noch die Möglichkeit zur Wirkung übrig.

[2] Quanten der starken Wechselwirkung
[3] Hadronen sind die Wirkungsquanten, die der starken Wechselwirkung unterliegen

Selbst die Form des körperlichen wird relativiert, zum Beispiel als Atomschale. Die Form des Elektrons im Atom hängt davon ab, wie sie beobachtet wird, ob der Ort oder die Energie im Vordergrund steht. Einmal erscheint das Elektron punktförmig, das andere mal schalenförmig. Ohne Bezug zur Wahrnehmung der elektronischen Wirkung bleibt die Form ganz unbestimmt.

Der Reduktionismus, nach dem alles, was in unserem Bewusstsein erscheint, auf Punktmassen in Raum und Zeit und deren Wechselwirkung zurückgeführt werden kann, ist so nicht haltbar. Wir erleben eine Welt, die erfüllt ist mit Formen, Farben, Düften, Geräuschen und vielem mehr, vor allem auch mit Sinn und Bedeutung. Wir reduzieren in der Physik diese Erscheinungen mehr und mehr, bis nichts mehr übrig bleibt. Aus diesem Nichts heraus können wir die Welt nicht verstehen.

Mit Mathematik und Physik haben wir ein grandioses Modell geschaffen, das bestimmte Aspekte der Welt in einen logischen, mathematischen Zusammenhang stellt und uns viel Macht über die Natur verleiht. Die Basis dieses Modells ist der geometrische Punkt, der in unserer sinnlichen Wirklichkeit jedoch nicht existiert. Die Bedeutung der sinnlichen Wirklichkeit können wir diesem grandiosen Modell nicht entnehmen, dieses Modell hat andere Zwecke.

Um die Bedeutung der sinnlichen Wirklichkeit zu erfassen, müssen wir uns dieser selbst zuwenden. Und dabei erlangen wir vielleicht auch ein tieferes Verständnis der physikalischen Naturgesetze.